

Te veel stukjes

Het aantal stukjes dat op de doos van een legpuzzel staat, is een rond getal zoals 500, 1000 of 1500. Vaak bestaat een puzzel echter uit méér stukjes dan er op de doos vermeld staat.

In een video onderzoekt komiek en wiskundige Matt Parker hoe dit zit. Hij kijkt naar puzzels waarvan de stukjes een rechthoekig rooster vormen met k kolommen en r rijen.

We nemen in deze opgave aan dat k groter is dan r .

De **roosterverhouding** $\frac{k}{r}$ is dan altijd groter dan 1.

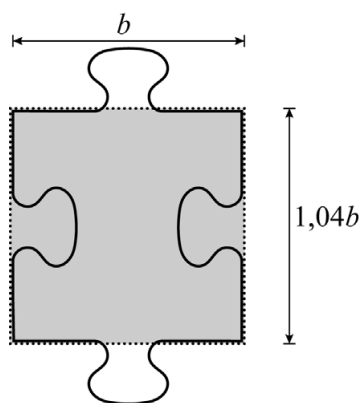
We bekijken eerst een puzzel met 200 stukjes. Zo'n puzzel kan bestaan uit 100 kolommen en 2 rijen. De roosterverhouding is in dit geval $\frac{100}{2}$.

- 2p 1 Geef alle andere theoretisch mogelijke roosterverhoudingen voor een puzzel met precies 200 stukjes.

Een andere puzzel bestaat uit 204 stukjes. De mogelijke afmetingen ($k \times r$) voor deze puzzel zijn: 204×1 , 102×2 , 68×3 , 51×4 , 34×6 en 17×12 .

De hoogte van ieder stukje in deze puzzel is 1,04 keer zo groot als de breedte b van dat stukje. De inkepingen en uitsteeksels van een puzzelstukje worden (in deze opgave) buiten beschouwing gelaten. Zie de figuur.

figuur



De puzzel van 204 stukjes is 49 cm breed en 36 cm hoog.

- 3p 2 Bereken met behulp van bovenstaande gegevens het aantal rijen en kolommen van deze puzzel.

Perfekte puzzels zijn puzzels die voldoen aan de volgende voorwaarden:

- Het aantal stukjes waaruit de puzzel bestaat is precies gelijk aan het aantal stukjes vermeld op de doos.
- De hoogte van de stukjes is gelijk aan de breedte van de stukjes.

Matt Parker bedacht een maat om te beoordelen in hoeverre een puzzel afwijkt van een perfecte puzzel. Hij noemde dit de **badness rating**.

De volgende formule beschrijft deze badness rating:

$$B = s \cdot 1,005^n$$

- B is de badness rating.
- s is de berekende verhouding tussen de hoogte en breedte van een puzzelstukje, met $s \geq 1$.
- n is het verschil tussen het werkelijke aantal stukjes en het aantal stukjes op de doos, met $n \geq 0$.

2p **3** Bereken de badness rating van een perfecte puzzel.

We bekijken nu een puzzel van 39 kolommen en 27 rijen met $s = 1,002$. Deze puzzel heeft een badness rating van 1,3052.

4p **4** Bereken het aantal stukjes dat op de doos staat, door gebruik te maken van de badness rating.

Matt vermoedt dat fabrikanten alleen puzzels maken met de laagst mogelijke badness rating. Hij onderzoekt dit vermoeden met een puzzel van 80 bij 60 cm met op de doos '1500 stukjes'. Voor alle mogelijke roosterverhoudingen berekent hij voor deze puzzel de badness rating. De laagste badness rating die hij vindt is $B = 1,1127$. Vervolgens gaat hij de puzzelstukjes tellen. De puzzel blijkt uit 45 kolommen x 34 rijen te bestaan.

4p **5** Onderzoek of de laagst mogelijke badness rating die Matt vond ook echt de laagst mogelijke badness rating is.