

Als je een nieuwe auto koopt, is het mogelijk om een lening af te sluiten bij de autoverkoper. Op de website van een autoverkoper staat het volgende te lezen:

Hoe werkt het?

U leent het aankoopbedrag of een deel daarvan. Dat betaalt u vervolgens, vermeerderd met rente, in vaste maandbedragen terug in een vooraf overeengekomen looptijd. De vaste maandbedragen kunt u zelf gemakkelijk afstemmen op uw budget door voor een kortere of langere looptijd te kiezen. U heeft de keuze uit een looptijd van zes tot zestig maanden. De rente per maand blijft gedurende de hele looptijd gelijk.

De autoverkoper rekent een rente van 0,7% per maand. Deze rente wordt berekend over het bedrag van de lening dat nog niet is terugbetaald (de schuld).

Een rente van 0,7% per maand lijkt niet zo hoog. Om een betere indruk van de hoogte van deze rente te krijgen, kun je dit rentepercentage omrekenen naar een rentepercentage per jaar.

- 3p 9 Bereken het rentepercentage per jaar bij een maandelijkse rente van 0,7%. Geef je antwoord in 1 decimaal.

De volgende formule geeft het verband tussen de schuld en de betalingen per maand.

$$X_t = \frac{b}{0,007} + \left(X_0 - \frac{b}{0,007} \right) \cdot (1 + 0,007)^t \quad (\text{formule 1})$$

Hierin is X_t het bedrag van schuld in maand t , b het bedrag dat de klant per maand moet betalen, X_0 het bedrag van de schuld op $t = 0$ en t de tijd in maanden.

De heer Kliphuis koopt bij de autoverkoper een auto en overweegt het volledige bedrag van € 16 000 te lenen. Als hij kiest voor een looptijd van 36 maanden, betaalt hij maandelijks € 500. Na 36 maanden zou dan bijna het geleende bedrag terugbetaald zijn. Er zou dan echter nog een bedrag overblijven dat kleiner is dan de € 500 die hij maandelijks zou betalen. Dit bedrag noemen we de **restschuld**. De restschuld van Kliphuis zou afgerond € 177 zijn.

- 2p 10 Bereken deze restschuld in centen nauwkeurig.

Kliphuis overweegt ook om bij de aankoop van deze auto meteen € 6000 te betalen. Hij zou dan maar € 10 000 lenen. Hij zou dan weer voor een looptijd van 36 maanden kiezen, waarin hij het geleende bedrag van € 10 000 volledig zou aflossen.

Als Kliphuis vooraf € 6000 betaalt en de rest leent, zou hij in totaal minder betalen dan wanneer hij het hele aankoopbedrag leent.

- 5p 11 Bereken hoeveel Kliphuis nu minder betaalt. Geef je antwoord in hele euro's.

Mevrouw Wielink koopt ook een auto bij de autoverkoper. Zij leent het volledige bedrag namelijk € 25 000. Ze wil bij een bepaalde looptijd, bijvoorbeeld 24 of 36 maanden, snel het bedrag kunnen berekenen dat ze per maand moet betalen. De rente bedraagt ook nu 0,7% per maand en er is geen restschuld.

Bovenstaande gegevens invullen in formule 1 geeft de vergelijking:

$$0 = \frac{b}{0,007} + \left(25\,000 - \frac{b}{0,007} \right) \cdot 1,007^T$$

Hierin is b het bedrag dat Wielink per maand moet betalen en T de looptijd in maanden.

Deze vergelijking is te herleiden tot $b = \frac{175 \cdot 1,007^T}{1,007^T - 1}$

- 4p 12 Geef deze herleiding.

Mevrouw Vogelaar koopt een auto bij dezelfde verkoper, er wordt dus ook nu een rente van 0,7% per maand gerekend.

Zij leent een bedrag van € 20 000. Elke maand betaalt zij € 490.

Bovenstaande gegevens invullen in formule 1 geeft de volgende formule:

$$X_t = 70\,000 - 50\,000 \cdot 1,007^t \quad (\text{formule 2})$$

Hierin is X_t het bedrag van de schuld in maand t en is t de tijd in maanden.

Natuurlijk wordt de schuld elke maand kleiner. Dit kun je ook aantonen met behulp van de afgeleide van formule 2.

- 3p 13 Beredeneer aan de hand van afgeleide $\frac{dX_t}{dt}$ van formule 2, zonder getallen in te vullen of een schets te maken, dat de schuld steeds kleiner wordt.