

Temperatuur in de grond

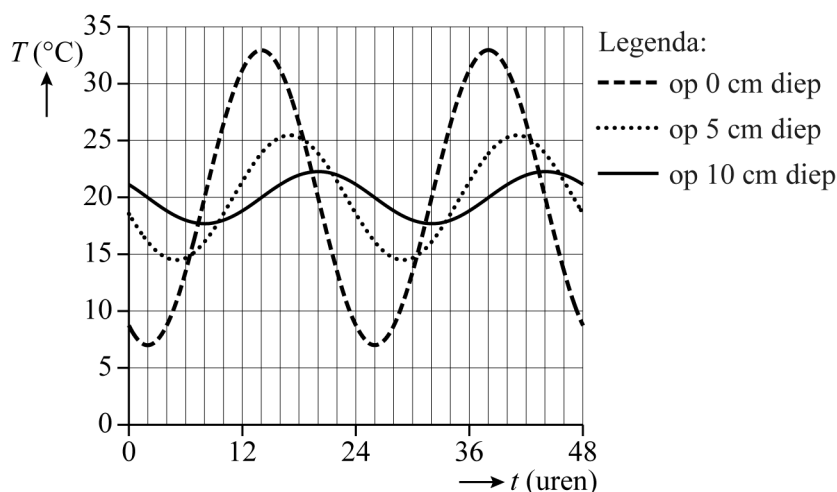
Gedurende de dag verandert de temperatuur van de buitenlucht. Meestal is het in de nacht kouder dan overdag en is het in de middag het warmst. De temperatuur van de grond op verschillende diepten zal zich aanpassen aan de temperatuur van de buitenlucht. Die aanpassing loopt in de tijd wat achter ten opzichte van de temperatuur van de buitenlucht.

We kijken eerst naar gemeten temperaturen op verschillende diepten in veengrond. We doen dat voor een bepaalde periode van twee dagen. Op basis van de meetresultaten op de grond (0 cm diep) en op twee verschillende diepten (5 cm diep en 10 cm diep) zijn in een model drie sinusoïden getekend. Zie de figuur.

Hierbij is T de temperatuur in graden Celsius en t het aantal uren na het begin van de twee dagen, met $t = 0$ om 0.00 uur.

De figuur staat vergroot op de uitwerkbijlage.

figuur



In deze figuur is bijvoorbeeld af te lezen dat de temperatuur op de grond in de loop van de middag maximaal is. De maximale temperaturen op een diepte van 5 cm en 10 cm worden op een later tijdstip bereikt.

Bij elke grafiek hoort een formule van de vorm $T = a + b \cdot \sin(c(t - d))$.

- 4p **9** Bepaal de waarden van a , b , c en d voor de grafiek op de grond. Geef a , b en d als geheel getal en geef c in één decimaal. Gebruik de figuur op de uitwerkbijlage.

Naarmate je dieper in de grond meet, worden de verschillen tussen de maximale en minimale temperatuur kleiner. Dit is in de figuur aan de amplitudes van de grafieken te zien. In het model neemt de amplitude van de grafiek exponentieel af met de diepte.

De amplitude van de grafiek van 5 cm diepte is 5,5. De amplitude van de grafiek van 10 cm diepte is 2,3. Met behulp van deze amplitudes kan de groeifactor van de amplitude per 5 cm diepte worden berekend. Hieruit volgt de procentuele afname per 1 cm diepte.

- 3p 10 Bereken algebraïsch deze procentuele afname van de amplitude per 1 cm diepte. Geef je eindantwoord in gehele procenten.

Tijdens een periode van vorst bevriest de grond. Om te weten hoe diep de vorst in de grond zit, wordt dagelijks de **vorstindex** bepaald. Hiervoor worden de gemiddelde dagtemperaturen (in $^{\circ}\text{C}$) vanaf het begin van de vorstperiode opgeteld. De vorstindex I is het tegengestelde van de uitkomst van deze optelling. Er geldt dus:

$I = -(\text{som van de gemiddelde dagtemperaturen vanaf het begin van de vorstperiode})$

Voor drie opeenvolgende dagen op een bepaalde plaats staat hieronder een voorbeeld van de berekening van de vorstindex I , waarbij het op dag 1 begint te vriezen.

voorbeeld

dagnummer	gemiddelde dagtemperatuur	som van de gemiddelde dagtemperaturen vanaf het begin van de vorstperiode	vorstindex I
1	$-4,5^{\circ}\text{C}$	$-4,5$	4,5
2	$-7,5^{\circ}\text{C}$	$-4,5 + -7,5 = -12$	12
3	2°C	$-4,5 + -7,5 + 2 = -10$	10

Op een plaats met lichte kleigrond willen we bepalen tot hoe diep de vorst in de grond zit. Deze diepte wordt in een vereenvoudigd wiskundig model benaderd met de formule:

$$z = 4\sqrt{I}, \text{ met } z \text{ de diepte in cm en } I \text{ de vorstindex}$$

Op deze plaats geldt na een aantal dagen flinke vorst dat de vorst tot 20 cm in de grond zit.

De weersvoorspelling is dat op de dagen die volgen, de gemiddelde dagtemperatuur elke dag 6 graden Celsius boven 0 is.

Met die weersvoorspelling is te berekenen na hoeveel dagen de vorst op deze plaats voor het eerst helemaal uit de grond is verdwenen.

- 4p 11 Bereken met behulp van de formule voor z na hoeveel hele dagen de vorst voor het eerst helemaal uit de grond is verdwenen.