Een wortelfunctie en haar inverse

8 maximumscore 3

- Voor punten op de grafiek van *f* geldt: $y = \sqrt{\frac{1}{2}x^2 - 1}$, dus voor de inverse geldt (door spiegeling in de lijn met vergelijking $y = x$) het verband $x = \sqrt{\frac{1}{2}y^2 - 1}$ 1
- Dit geeft $x^2 + 1 = \frac{1}{2}y^2$ 1
- Herleiden tot $y = \sqrt{2x^2 + 2}$ ($y = -\sqrt{2x^2 + 2}$ voldoet niet) (en dus zijn *f* en *g* elkaars inverse) 1

of

- Voor punten op de grafiek van *g* geldt: $y = \sqrt{2x^2 + 2}$, dus voor de inverse geldt (door spiegeling in de lijn met vergelijking $y = x$) het verband $x = \sqrt{2y^2 + 2}$ 1
- Dit geeft $x^2 - 2 = 2y^2$ 1
- Herleiden tot $y = \sqrt{\frac{1}{2}x^2 - 1}$ ($y = -\sqrt{\frac{1}{2}x^2 - 1}$ voldoet niet) (en dus zijn *f* en *g* elkaars inverse) 1

of

- Er moet gelden $g\left(f\left(x\right)\right) = x$ (of $f\left(g\left(x\right)\right) = x$) 1
- $g\left(f\left(x\right)\right) = \sqrt{2(\frac{1}{2}x^2 - 1) + 2}$ 1
- Herleiden tot $\sqrt{x^2} = x$ ($\sqrt{x^2} = -x$ voldoet niet) (en dus zijn *f* en *g* elkaars inverse) 1

9 **maximumscore 5**

- $\dfrac{\mathrm{d}PQ}{\mathrm{d}a} = 3\sqrt{2} - 4 \cdot \dfrac{1}{2\sqrt{a^2-1}} \cdot 2a$ 2
- PQ is minimaal als $\dfrac{4a}{\sqrt{a^2-1}} = 3\sqrt{2}$ 1
- Herleiden tot $16a^2 = 18(a^2-1)$ 1
- Het antwoord $a=3$ ($a=-3$ voldoet niet) 1

of

- $f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{\frac{1}{2}x^2-1}} \cdot x$ 2
- PQ is minimaal als $f'(x)=1$ 1
- $\dfrac{1}{2\sqrt{\frac{1}{2}x^2-1}} \cdot x = 1$ herleiden tot $x^2 = 4(\frac{1}{2}x^2-1)$ 1
- Hieruit volgt $x=2$ ($x=-2$ voldoet niet), dus $P(2,1)$. Omdat P op de lijn met vergelijking $y=-x+a$ ligt, volgt $a=3$ 1

of

- $g'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{2x^2+2}} \cdot 4x$ 2
- PQ is minimaal als $g'(x)=1$ 1
- $\dfrac{1}{2\sqrt{2x^2+2}} \cdot 4x = 1$ herleiden tot $4x^2 = 2x^2+2$ 1
- Hieruit volgt $x=1$ ($x=-1$ voldoet niet), dus $Q(1,2)$. Omdat Q op de lijn met vergelijking $y=-x+a$ ligt, volgt $a=3$ 1

Opmerking
Voor het eerste antwoordelement uitsluitend 0 of 2 scorepunten toekennen, tenzij de enige fout een rekenfout betreft (zie vakspecifieke regel 1). In dat geval mag 1 scorepunt worden toegekend.

Vraag	Antwoord	Scores

10 **maximumscore 6**

- De grafiek van *f* snijdt de *x*-as voor $x = 1{,}41...$ (of $x = \sqrt{2}$) 1
- Lijn *k* snijdt de grafiek van *g* in het punt $(7, 10)$ 1
- De oppervlakte is gelijk aan
  $$\int_0^{1{,}41...} g(x)\,\mathrm{d}x + \int_{1{,}41...}^{7} \big(g(x) - f(x)\big)\,\mathrm{d}x + \int_7^{10} \big(-x + 17 - f(x)\big)\,\mathrm{d}x$$ 2
- Beschrijven hoe deze oppervlakte berekend kan worden 1
- De gevraagde oppervlakte is 29,24 1

of

- De grafiek van *f* snijdt de *x*-as voor $x = 1{,}41...$ (of $x = \sqrt{2}$) 1
- Lijn *k* snijdt de grafiek van *g* in het punt $(7, 10)$ 1
- De oppervlakte is gelijk aan een vierkant van 10 bij 10 waarvan drie stukken worden afgehaald, ofwel $10^2 - \frac{1}{2} \cdot 3^2 - 2 \cdot \int_{1{,}41...}^{10} f(x)\,\mathrm{d}x$ 2
- Beschrijven hoe deze oppervlakte berekend kan worden 1
- De gevraagde oppervlakte is 29,24 1

of

- De grafiek van *f* snijdt de *x*-as voor $x = 1{,}41...$ (of $x = \sqrt{2}$) 1
- Lijn *k* snijdt de grafiek van *g* in het punt $(7, 10)$ 1
- De oppervlakte is gelijk aan $\int_0^{7} g(x)\,\mathrm{d}x + \int_7^{10} (-x + 17)\,\mathrm{d}x - \int_{1{,}41...}^{10} f(x)\,\mathrm{d}x$ 2
- Beschrijven hoe deze oppervlakte berekend kan worden 1
- De gevraagde oppervlakte is 29,24 1

of

- Lijn k snijdt de grafiek van g in het punt $(7,10)$ 1
- Beschrijven hoe $\int_0^7 \left(g(x)-x\right)\mathrm{d}x$ berekend kan worden 1
- $\int_0^7 \left(g(x)-x\right)\mathrm{d}x = 12,369...$ 1
- Het snijpunt van lijn k met de lijn met vergelijking $y=x$ is $\left(8,5;8,5\right)$ 1
- De oppervlakte van de driehoek ingesloten door de lijn met vergelijking $y=x$, de lijn met vergelijking $x=7$ en lijn k is $\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 1,5 = 2,25$ 1
- De gevraagde oppervlakte is ($2\cdot(12,369...+2,25)=$) 29,24 1

Opmerkingen

– *Bij het eerste en derde antwoordalternatief mag voor het derde antwoordelement 1 scorepunt worden toegekend als twee van de drie vlakdelen juist zijn.*

– *Bij het tweede antwoordalternatief mogen voor het derde antwoordelement geen scorepunten worden toegekend als alleen* $10^2-\frac{1}{2}\cdot 3^2$ *genoemd is.*