

Rondom een top

Voor $x \geq 0$ wordt de functie f gegeven door $f(x) = -x^3 + 1\frac{1}{2}x$.

Het punt $A(\frac{1}{2}\sqrt{2}, \frac{1}{2}\sqrt{2})$ is de top van de grafiek van f .

De lijn k met vergelijking $y = x$ snijdt de grafiek van f in de oorsprong O en in A .

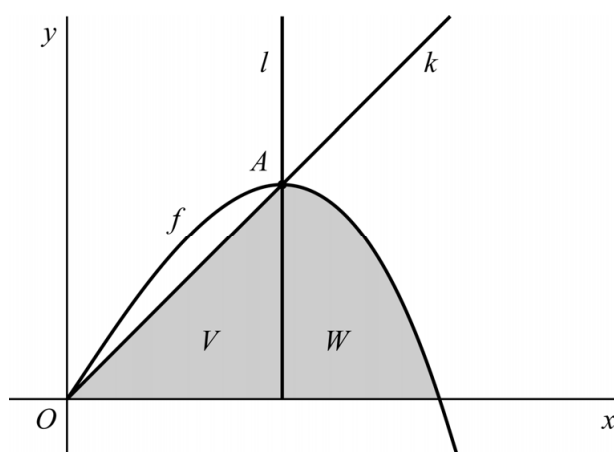
De lijn l is de verticale lijn door A .

Het gebied V is de driehoek die wordt ingesloten door k , l en de positieve x -as.

Het gebied W ligt rechts van l en wordt ingesloten door l , de grafiek van f en de positieve x -as.

In figuur 1 zijn beide gebieden grijs weergegeven.

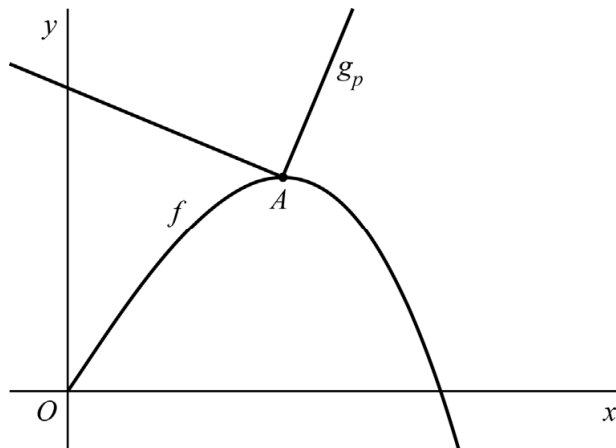
figuur 1



- 6p **1** Onderzoek op exacte wijze of V en W gelijke oppervlakte hebben.

Voor $p > 0$ wordt de functie g_p gegeven door $g_p(x) = x + |px - 1|$.
De grafiek van g_p heeft een knik. Voor één waarde van p bevindt deze knik zich in punt A . Zie figuur 2.

figuur 2



Er geldt: in dit geval is de hoek die de knik maakt 90° .

4p **2** Bewijs dit.

Perforaties

De functie f wordt gegeven door:

$$f(x) = \frac{2\sin(x) - 1}{4\sin^2(x) - 1}$$

Voor $0 \leq x \leq \pi$ heeft de grafiek van f twee perforaties.

4p **3** Bereken exact de coördinaten van deze twee perforaties.